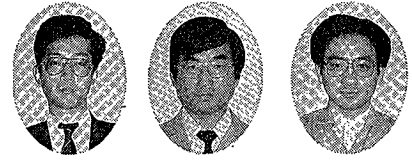


CFDによる攪拌槽内流動解析

Flow Analysis for a Stirred Tank by Computational Fluid Dynamics (CFD)



技術開発本部

高田 一 貴
Kazutaka Takata
佐藤 栄 祐
Eisuke Sato
菊池 雅 彦
Masahiko Kikuchi

The flow structure and mixing mechanism in stirred tank with paddle impeller have been investigated. Navier-Stokes and scalar equations have been numerically solved both in laminar and turbulent flows using finite difference method to obtain the details of the velocity field and concentration distributions. The computed velocity field and mixing process well agree with published data, and they showed that mass transfer between the large scale recirculating flows are suppressed when a number of recirculating flows are generated in the tank. This result suggests that higher mixing efficiency can be attained by controlling the number of circulating flows.

まえがき

攪拌装置は化学プロセスの中で重合反応機あるいは混合機として広く用いられている。これら攪拌装置内部の流動機構および熱や物質の輸送機構を正確に把握することは装置の最適設計・特性解析・トラブル解析を行ううえで重要である。これら流動機構や輸送機構を解明するには、従来実装置やモデル装置などを用いて実際に流速や温度、濃度を測定する方法がとられているが、攪拌装置内では循環流や逆流を伴う複雑な3次元流となるので、これらの量を正確に把握することは困難となる場合が多い。このような場合には、実験によるよりも数値計算法を用いて流速や物質などの輸送機構を決定する方が有利となり、種々の条件下で計算を繰り返すことにより、流れ場の多くの情報を得ることができる。

近年になって、攪拌装置内部流動を数値シミュレーションによって解いた例が報告されてきている。攪拌槽の層流問題については、上ノ山ら¹⁾がタービン翼の攪拌槽における擬塑性流体の流動状態の3次元数値解析を行っている。また、大田ら²⁾はアンカー翼攪拌槽のr-z平面における解析を、平岡ら^{3,4)}は、パドル翼攪拌槽の流動解析を行っている。さらに、梅垣⁵⁾は、境界適合法(BFC)を用いてパドル翼並びに後退翼を用いた攪拌槽内3次元流動解析を行い、攪拌翼の形状の違いが及ぼす流動状態の変化について考察している。一方攪拌槽の乱流問題については、Placekら⁶⁾がk-εモデルを用いてタービン翼攪拌槽のr-z面における2次元流動解析を行い、流速の計算値を実測値と比較し良好な一致を得ている。また、Harveyら⁷⁾は、パドル翼攪拌槽のr-z面における2次元流動解析を行っている。さらに、Middletonら⁸⁾は、汎用流体解析用コードを用いてタービン翼攪拌槽の3次元流動解析を行っている。

このように、攪拌槽内の流動解析は広く行われているものの、その内容は解こうとする流れに適した支配方程式やモデルの妥当性の検討に限られており、攪拌装置の最適設計に有用と考えられる槽内の流れに基づく混合機構の解明は十分になされていない。

本研究では、攪拌装置の最適設計法の確立を最終目的として、まず、パドル翼を用いた攪拌槽内の層流および乱流状態における流動・混合機構を数値計算法を用いて明らかにすることにより、攪拌槽内の混合に及ぼす流れの影響を解明することを試みた。

1. 数値計算

1.1 支配方程式

化学装置内で取り扱われる流れのほとんどは、液体であれ気体であれ、非圧縮性流れとみなせる。ここで、攪拌槽内の流れの方程式を考える時、通常の静止した円筒座標系(r, θ, z)でこれを考えるよりも、攪拌翼と同一角速度で回転する回転円筒座標系(r', θ', z')で考えた方が、翼をじかに回転させた時に生じる移動境界問題を避けることができるため、数値計算が容易となる。従って、流れが層流で取り扱う流体がニュートン流体の場合、支配方程式は次の偏微分方程式系で表される。

連続の式

$$\frac{1}{r} \frac{\partial r \cdot u'}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u'}{\partial \theta} + \frac{\partial w'}{\partial z} = 0 \quad (1)$$

Navier-Stokes 方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial u'}{\partial t} + u' \frac{\partial u'}{\partial r} + \frac{v'}{r} \frac{\partial u'}{\partial \theta} - \frac{v'^2}{r} + w' \frac{\partial u'}{\partial z} - 2\omega v' - \omega^2 r \\ = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + g'_r + \nu \left(\frac{\partial^2 u'}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u'}{\partial r} - \frac{u'}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 u'}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 u'}{\partial z^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial v'}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial v'}{\partial t} + u' \frac{\partial v'}{\partial r} + \frac{v'}{r} \frac{\partial v'}{\partial \theta} + u' \frac{v'}{r} + w' \frac{\partial v'}{\partial z} + 2\omega u' \\ = -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + g'_\theta + \nu \left(\frac{2}{r^2} \frac{\partial u'}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 v'}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial v'}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 v'}{\partial \theta^2} - \frac{v'}{r^2} + \frac{\partial^2 v'}{\partial z^2} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

$$\frac{\partial w'}{\partial t} + u' \frac{\partial w'}{\partial r} + \frac{v'}{r} \frac{\partial w'}{\partial \theta} + w' \frac{\partial w'}{\partial z}$$

$$= -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + g'_z + \nu \left(\frac{\partial^2 w'}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial w'}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w'}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 w'}{\partial z^2} \right) \quad (4)$$

物質の輸送方程式

$$\frac{\partial C}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial C}{\partial r} + \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial C}{\partial \theta} + \bar{w} \frac{\partial C}{\partial z} = D_m \left(\frac{\partial^2 C}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 C}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial C}{\partial r} \right) + \dot{d} \quad (5)$$

回転円筒座標系における支配方程式は、式(2), (3)にアンダーラインで示した遠心力項とコリオリ力項を付加した形となり、他の項および他の式は両座標系で全く同一となる。式(1)~(4)を解くことによって得られる流動は、観察者が翼に乗って翼と同一速度で流れを観察しているイメージに相当する。従って、境界条件の簡単な回転円筒座標系で速度分布を計算したあと、次式で静止円筒座標系の速度に変換することにより実際の速度分布が得られる。

$$\begin{aligned} u &= \bar{u}' \\ v &= \bar{v}' + r\omega \\ w &= \bar{w}' \end{aligned} \quad (6)$$

次に、攪拌槽流動系における乱流問題を解明するためには、翼、槽壁およびバッフルによって形成される複雑な渦を計算する必要がある。このための計算方法には層流計算と同様のダイレクトシミュレーション法がある。しかし、乱流には空間・時間のスケールのかかなり小さな乱れ成分が存在するため、実際の反応機内流動の高レイノルズ数流れに対して式(1)~(4)を直接解くことは、現在のところ計算機容量・計算速度の問題上不可能に近い。そこで、差分法に基づくダイレクトシミュレーションのもつ記憶容量ならびに計算時間などの問題を解決するために、式(1)~(4)をある種の平均化操作によって簡略化し、大スケールから小スケールまでのすべてのスケールの乱流渦を求めなくても、ある程度の近似解を得る方法がある。この方法を乱流モデルと呼ぶが、本計算ではその1つの方法として2方程式(k-ε)モデルをとりあげる。k-εモデルは時間平均操作を施した連続の式および Navier-Stokes 方程式の他に乱流エネルギー(k)および粘性消散率(ε)の輸送方程式を連立させて解くことにより流速やスカラー量に対する時間平均解を得る方法である。k-εモデルではコルモゴロフスケールに代表されるような小スケール渦(100 μm程度)まで計算することはできないが、攪拌槽内の循環流のような大スケール渦による流れを求めることにより、装置内の大局的な流動機構を把握することが可能と考えられる⁶⁾。

従って、k-εモデルでは、流れの支配方程式として式(1)~(4)に時間平均操作を施した時間平均 Navier-Stokes 方程式(7)~(10)式と、次に示す乱流エネルギーと粘性消散率の輸送方程式(14)~(15)を連立させて解くことにより解を得ることができる。

時間平均連続の式

$$\frac{1}{r} \frac{\partial r \cdot \bar{u}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \theta} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = 0 \quad (7)$$

時間平均 Navier-Stokes 方程式

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} + \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \theta} - \frac{\bar{v}^2}{r} + \bar{w} \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial r} + g'_r + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}}{\partial r} - \frac{\bar{u}}{r^2} + \right. \\ & \left. \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial z^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \theta} \right. \\ & \left. + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \tau_{r\theta} + \frac{\partial}{\partial z} \tau_{rz} \right) \end{aligned} \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} + \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \theta} + \bar{u} \frac{\bar{v}}{r} + \bar{w} \frac{\partial \bar{v}}{\partial z} = & -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial \bar{P}}{\partial \theta} + g'_\theta + \nu \left(\frac{2}{r^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \theta} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial r^2} + \right. \\ & \left. \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial \theta^2} - \frac{\bar{v}}{r^2} + \frac{\partial^2 \bar{v}}{\partial z^2} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial r} \tau_{r\theta} + \frac{2}{r} \tau_{r\theta} + \frac{\partial}{\partial z} \tau_{rz} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{w}}{\partial r} + \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \theta} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} = & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial z} + g'_z + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{w}}{\partial r} + \right. \\ & \left. \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial z^2} \right) \\ & + \frac{\partial}{\partial r} \tau_{rz} + \frac{1}{r} \tau_{rz} + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \tau_{\theta z} \end{aligned} \quad (10)$$

ここで、速度の2乗相関項(レイノルズ応力)は次式で与えられる。

$$\tau_{r\theta} = -\mu \left[r \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\bar{v}}{r} \right) + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \theta} \right] \quad (11)$$

$$\tau_{\theta z} = -\mu \left[\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \theta} \right] \quad (12)$$

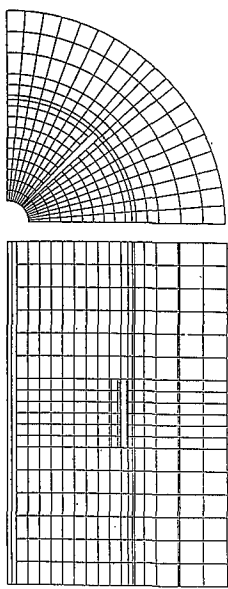
$$\tau_{rz} = -\mu \left[\frac{\partial \bar{w}}{\partial r} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right] \quad (13)$$

乱流エネルギーの輸送方程式

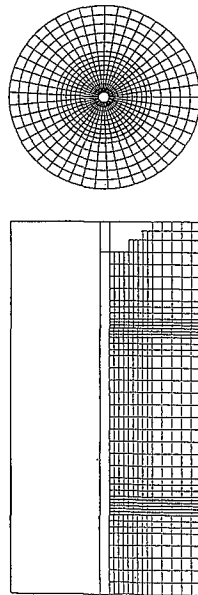
$$\begin{aligned} \frac{\partial k}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial k}{\partial r} + \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial k}{\partial \theta} + \bar{w} \frac{\partial k}{\partial z} = & \frac{\nu_t}{\sigma_k} \left(\frac{\partial^2 k}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 k}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 k}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial k}{\partial r} \right) \\ & + G_s - \epsilon \end{aligned} \quad (14)$$

粘性消散率の輸送方程式

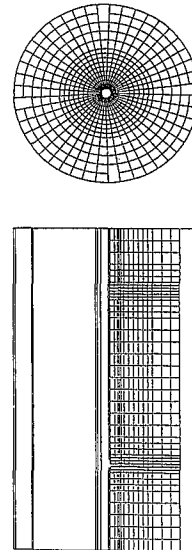
$$\begin{aligned} \frac{\partial \epsilon}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \epsilon}{\partial r} + \frac{\bar{v}}{r} \frac{\partial \epsilon}{\partial \theta} + \bar{w} \frac{\partial \epsilon}{\partial z} = & \frac{\nu_t}{\sigma_\epsilon} \left(\frac{\partial^2 \epsilon}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial z^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \epsilon}{\partial r} \right) \\ & + C_1 \frac{\epsilon}{k} G_s - C_2 \frac{\epsilon^2}{k} \end{aligned} \quad (15)$$



第1図
メッシュ構成
(攪拌槽内層流)
Fig. 1
Mesh system for
laminar flow in
stirred tank



第2図
メッシュ構成
(攪拌槽内乱流：
バツフルなし)
Fig. 2
Mesh system for
turbulent flow in
stirred tank
without baffle



第3図
メッシュ構成
(攪拌槽内乱流：
バツフルあり)
Fig. 3
Mesh system for
turbulent flow in
stirred tank with
baffle

ここで

$$\nu_t = C_t \frac{k^2}{\epsilon}$$

$$G_S = \nu_t \left[2 \left\{ \left(\frac{\partial \bar{u}}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \theta} + \frac{u}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial z} \right)^2 \right\} \right. \\ \left. + \left(\frac{1}{r} \frac{\partial \bar{u}}{\partial \theta} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial r} - \frac{\bar{v}}{r} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{v}}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{w}}{\partial \theta} \right)^2 + \left(\frac{\partial \bar{w}}{\partial r} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial z} \right)^2 \right]$$

式(14)~(15)中におけるモデル定数を以下に示す。ここでは槽内流れを等方性乱流と仮定した。この仮定はHarveyら⁷⁾の実験により妥当であることが示されている。

$$\sigma_k = 1.0 \quad \sigma_\epsilon = 1.3 \\ C_1 = 1.44 \quad C_2 = 1.92 \quad C_t = 0.09$$

2 数値解析方法

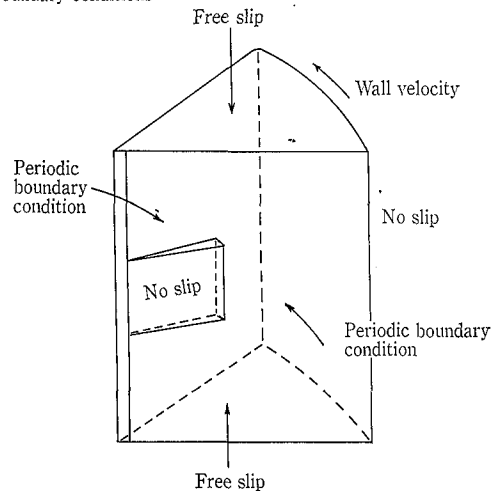
層流に関する支配方程式(1)~(4)およびそれに付随する拡散方程式(5)ならびに乱流に関する支配方程式(7)~(15)を、差分法を用いて解く。なおここでは、差分化の詳細は式が複雑になるため省略する。差分計算は収束を容易にするために空間的には風上差分を、時間的には後退差分スキームによる半陰解法によった。格子にはスタガードグリッドシステムを用いた。すなわち、流速を格子面の中心において定義し、圧力、濃度、乱流エネルギーおよび粘性消散率などのスカラー量を格子空間の中央において定義した。解く方程式群はいずれも時間依存形であるため、計算の収束判定条件を

$$|(P^{n+1} - P^n) / P^n| < 0.001$$

ただしnは計算ステップ数

とし、この条件を満足するまで繰り返し計算を行った。

Boundary conditions



$$D = 0.2 \text{ m} \quad d/D = 0.5 \quad n = 200 \text{ rpm} \\ \text{fluid viscosity} = 10 \text{ Pa}\cdot\text{s} \quad Re_M = 4.7$$

第4図 境界条件及び計算条件(攪拌槽内層流)
Fig. 4 Boundary and calculating conditions for laminar flow in stirred tank

1. 3 計算する問題および境界条件

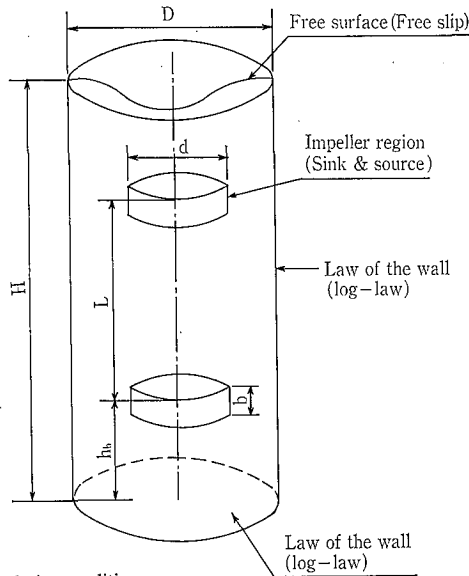
本研究では、攪拌槽内の基礎的な流動・混合機構の把握を目的としているので計算モデルには、

- (1) パドル翼を用いた攪拌槽内層流
- (2) 多段パドル翼を用いた攪拌槽内乱流(バツフルなし)
- (3) " (バツフルあり)

を選定した。

第1~3図にそれぞれのメッシュ構成を示す。第4図に計算(1)の計算条件および境界条件を示す。翼面および壁面においてすべりなし(no-slip)条件を、攪拌槽上下部にすべりあり(free-slip)条件を与えた。第5図に計算(2)の計算条件および境界条件を示す。本計算では、大スケールからなるフローパターンのみを知ることを目的としているの

Boundary conditions

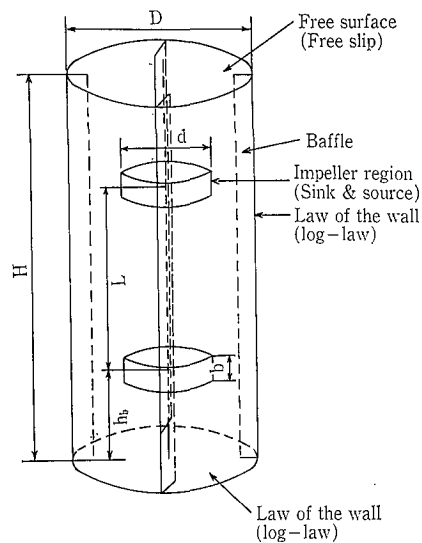


Calculating conditions

$D=0.3\text{ m}$ $d/D=0.5$ $hb/D=0.7$
 $L/D=1.0$ $H/D=2.0$ $n=200\text{ rpm}$
 fluid viscosity=0.001 Pa.s(Water) $Re_M=75\ 000$

第5図 境界条件及び計算条件 (攪拌槽内乱流: バッフルなし)
 Fig. 5 Boundary and calculating conditions for turbulent flow in stirred tank without baffle.

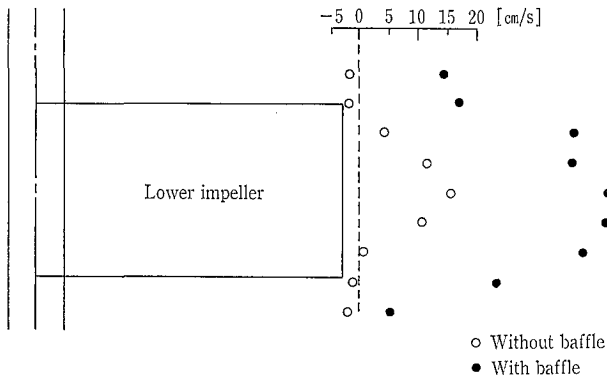
Boundary conditions



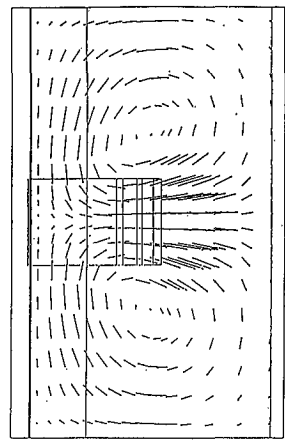
Calculating conditions

$D=0.3\text{ m}$ $d/D=0.5$ $hb/D=0.7$
 $L/D=1.0$ $H/D=2.0$ $n=200\text{ rpm}$
 fluid viscosity=0.001 Pa.s(Water) $Re_M=75\ 000$

第7図 境界条件及び計算条件 (攪拌槽内乱流: バッフルあり)
 Fig. 7 Boundary and calculating conditions for turbulent flow in stirred tank with baffle.



第6図 翼先端部での半径方向流速分布
 Fig. 6 Measured radial velocities at the periphery of the impeller.



第8図 攪拌槽内層流流速ベクトル
 Fig. 8 Computed velocity vectors of laminar flow in stirred tank.

で、翼の吐出部に境界条件として流速の実測値 (第6図) を、壁面の境界条件として対数則速度分布をそれぞれ与えることにより計算を簡略化した。なお、槽上部の自由表面の形状を計算により求めることは困難であることから、その形状には写真撮影による実測値⁹⁾を与え、表面をすべりあり条件とした。この方法を用いればかなり粗いメッシュでも計算が可能となり、槽内の循環流を求めることができると考えられる。第7図に計算(3)の計算条件および境界条件を示す。この計算においてもバッフルなしの場合と同様に、翼の吐出部に流速の実測値 (第6図) を与えた。なお、槽上部の自由表面には大きな凹凸がみられなかったことから、これを水平に近似し、すべりあり条件とした。

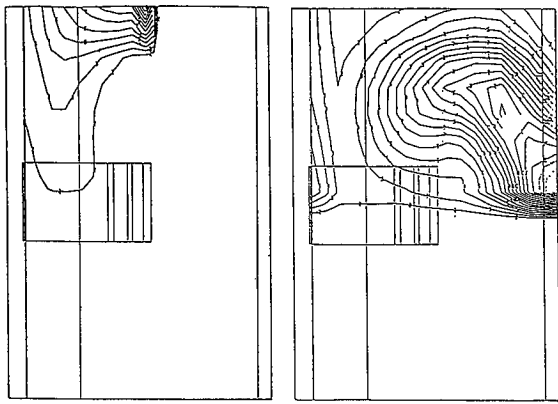
本計算では、富士通 FACOM M360 スカラープロセッサを使用した。定常解を得るのに要する計算時間はケース

(1)で約4時間、ケース(2)および(3)共に約20時間であった。

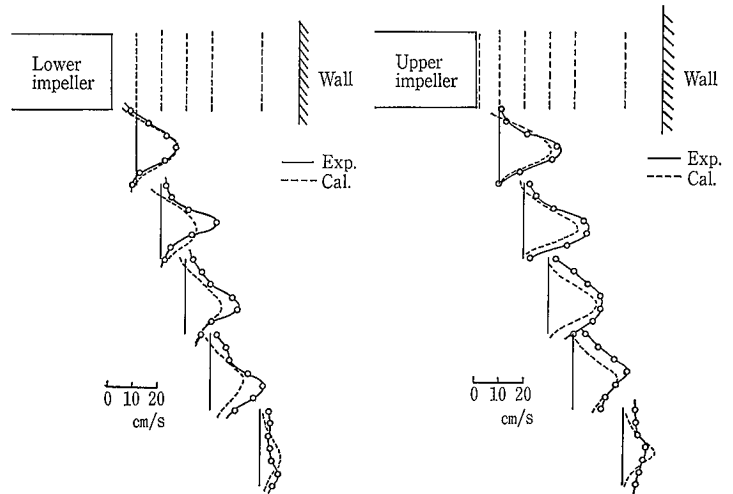
2. 結果および考察

2.1 攪拌槽内層流 (流動機構および混合機構)

第8図にパドル翼を用いた攪拌槽内層流流動の速度ベクトルを示す。翼の回転によって生じた半径方向への吐出流は、槽壁面に衝突して上下方向への循環流に分かれ翼の内側にもどる。これら循環流の速度は、翼の回転速度にくらべてはるかに小さいが、翼の回転数が大きくなって遠心力が増大すると大きくなっていく。第9図に濃度方程式(5)を解いた場合の等濃度線を示す。本計算では、拡散物質を槽上部の自由表面域から瞬間的に投入した (ステップ応答)。投入された拡散物質は時間の経過と共に軸を伝って翼部へ吸い込まれるように移動し、翼部に達した拡散物質は翼の回転によって生じる半径方向吐出流により翼先端部より吐出されている。しかし、この流動系では、攪拌翼よりも上



第9図 攪拌槽内の等濃度線
Fig. 9 Contours of the computed concentration distributions.

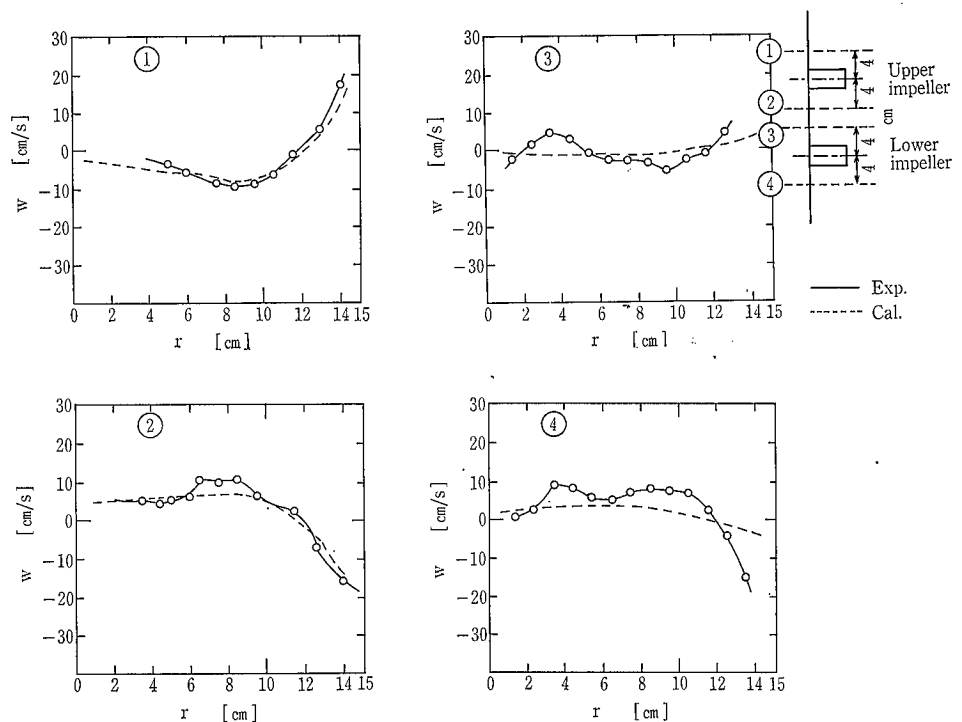


第10図 攪拌槽内乱流（バッフルなし）の流速ベクトル
Fig. 10 Computed velocity vectors of turbulent flow in stirred tank without baffle.

部に投入された拡散物質は攪拌翼を中心とした軸に垂直な平面よりも下方へは移動していかない。このことは、上部の循環流と下部の循環流との間で物質移動がほとんど行われないことを示すと同時に、槽内に複数の循環流が存在する場合には循環流の存在そのものが槽内の効率よい混合を妨げる要因になることが示唆される。

2. 2 攪拌槽内乱流（流動機構および混合機構）

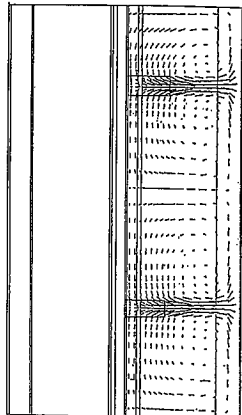
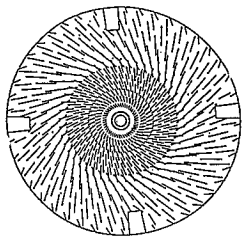
第10図にバッフルがない場合の攪拌槽内乱流流動の速度



第11図 流速の計算値と実測値との比較
Fig. 11 Comparisons of measured and computed velocities.

ベクトルを示す (r - z 面, r - θ 面)。層流の場合と同様に、翼の回転によって生じた半径方向への吐出流は、槽壁面に衝突して上下に分かれ翼の内側にもどる。なお、この攪拌系においては槽内全体に4つの大きな循環流を形成する。

計算により求めた速度が実際の流れと一致しているかどうかを検討することは重要である。特に本計算では乱流モデルを用いて大スケール渦からなるフローパターンを知ることとしていることから、たとえフローパターンが計算されたとしても、そのシミュレーション結果が真に正しい解を与えているかを検証しなければならない。ここでは、槽内流速をレーザー・ドップラー流速計 (LDV) を用いて実測したものと比較する¹⁰⁾¹¹⁾。第11図に計算値と実測値を比較したものを示す。翼から吐出したすぐの流速は実測値と良好に一致しているが、翼から離れて壁面に近い



→0.6 m/s

第12図 攪拌槽内乱流（バッフルなし）の流速ベクトル
Fig. 12 Computed velocity vectors of turbulent flow in stirred tank with baffle.

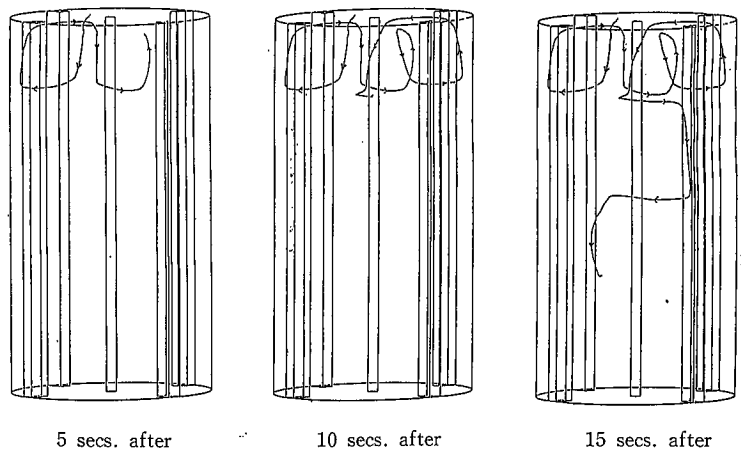
ところでの流速は実測値からずれてくる。この不一致は、壁面近くなると流速が遅くなるため、LDVの測定精度が低下することに起因する。しかし、全体のフローパターンが実測値¹¹⁾と一致することから、計算結果は妥当であると判断される。

第12図にバッフルがある場合の攪拌槽内乱流流動のフローパターンを示す(r-z面, r-θ面)。バッフルなしの場合と同様のフローパターンを形成しており、全体のフローパターンは実測値¹¹⁾とよく一致する。第10図と第12図を比較するとバッフル近傍では循環流の流速が3倍程度に強まっており、バッフルの存在により2次循環流を起こす能力が高まる様子がよくわかる。

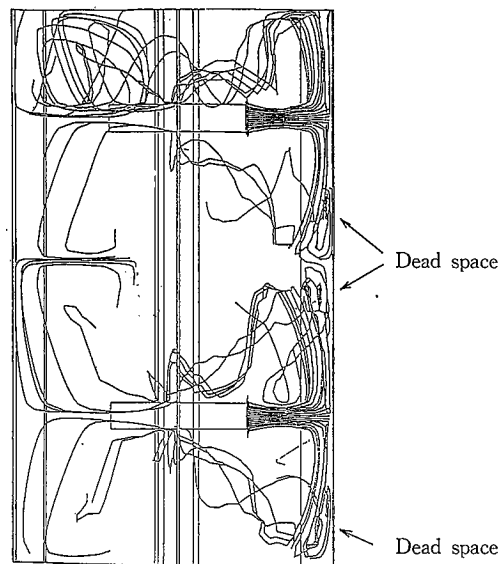
次に、攪拌槽内の混合機構を知ることは、混合時間の最適化並びに槽内のデッドスペースを予測する上で重要である。そこで、計算により求めた流速分布を用いて混合過程を予測した。混合過程の予測には、ラグランジュ・ランダムフライトモデル¹²⁾を流れ場に適用した。このモデルでは流れ場に投入した仮想マーカーの流れによる移流速度と分子拡散の相互作用で移動させることにより、マーカーが装置内でどのように挙動するかを明らかにすることができる。このモデルに従えば、r, θ, z方向のマーカーの位置は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} dr &= u \cdot dt + \sqrt{D_m} \cdot dW_d \\ d\theta &= v \cdot dt + \sqrt{D_m} \cdot dW_d \\ dz &= w \cdot dt + \sqrt{D_m} \cdot dW_d \end{aligned} \quad (16)$$

格子内のマーカーの位置は格子面上で定義される速度を内挿して求めた。第13図に自由表面域から投入したマーカーが時間の経過と共にどのように動くかを計算した軌跡を示す。自由表面より投入されたマーカーは上段翼上部の循



第13図 自由表面より投入した仮想マーカーの軌跡
Fig. 13 Trajectories of the marked particle thrown into free surface.



第14図 翼先端より投入した仮想マーカーの軌跡
Fig. 14 Trajectories of the marked particles thrown into upper and lower impeller regions.

環流域で数回循環し、そのあと上段翼下部循環流域に流れ込んでいる。これより、多段翼を用いた攪拌槽内部で複数の循環流を生じる場合、マーカーを自由表面から投入したとすれば、その混合過程としては自由表面近傍の循環流域から順次下方の循環流域へ混合していく経路をたどる。第14図は翼の吐出流域に投入したマーカーの軌跡である。投入されたマーカーはそれぞれの循環流域を何回も循環し、一部のマーカーを除き上下方向、つまり循環流間でマーカーの大きな入れ替えが認められない。さらに、上段翼と下段翼との間の循環流同士が衝突する部分および槽下部域でマーカーが局所的に滞留する現象（デッドスペース）が起きている。このことは、単に多段翼にした場合には、流れがたとえ乱流であっても槽内に形成された複数の循環流同士の物質交換が促進されないばかりか、槽内にデッドスペースを形成する危険性があることを示す。このことから効率よい攪拌を達成するための1つの手段として、槽内に存

在する複数の循環流をうまくコントロールすることにより、循環流同士の干渉をできるだけなくしてやればよいことが示唆される。事実、Komoriら¹¹⁾は攪拌槽において消費されるエネルギー $E = P \cdot T$ (E : 攪拌エネルギー, P : 攪拌動力, T : 混合時間) を測定して多段攪拌系の攪拌効率を考察した結果、多段攪拌系において槽内に複数の循環流が存在する場合には、循環流が少ない場合に比べて攪拌効率が悪くなることを示している。

む す び

パドル翼を用いた攪拌槽内流動の層流から乱流における数値シミュレーションを行い、それらの流動・混合機構について考察した。その結果、次に示す結論を得た。

- 1) 流動数値シミュレーションにより攪拌槽内の流動・混合機構を明らかにすることができる。層流計算にはダイレクトシミュレーションを、乱流には $k-\epsilon$ モデルを適用することにより得られた計算結果は、実測値などと良好に一致し、本計算法が実用的に有用であることが示された。
- 2) パドル翼を用いた攪拌槽内の混合状態は、層流、乱流のいずれにおいても大スケールの循環流によって支配される。循環流の数が増えると循環流同士が干渉して物質移動が抑制されるばかりか、槽内にデッドスペースを生じる危険性があることが示された。

謝 辞

本研究を行うにあたり、九州大学工学部化学機械工学科村上泰弘教授、小森悟助教授より有益な助言をいただいた。ここに記して感謝します。

(使用記号)

C	: 濃度	(mol)
C_1	: モデル定数	
C_2	: モデル定数	
C_3	: モデル定数	
D	: 槽径	(m)
D_m	: 分子拡散係数	(m^2/s)
d	: 翼径	(m)
\dot{d}	: 拡散物質発生量	(mol/s)
dW_d	: ガウスの白色ノイズプロセス	($s^{1/2}$)
E	: 攪拌エネルギー	(J)
g_r'	: 回転座標系 r 方向重力加速度	(m/s^2)
g_θ'	: 回転座標系 θ 方向重力加速度	(m/s^2)
g_z'	: 回転座標系 z 方向重力加速度	(m/s^2)
k	: 乱流エネルギー	(J)
n	: 回転数	
P	: 圧力	(Pa)

\bar{P}	: 時間平均圧力	(Pa)
q	: 熱発生量	(J/s)
Re_M	: 攪拌レイノズル数[-]	
r	: 静止座標系 r 方向	(m)
r'	: 回転座標系 r 方向	(m)
T	: 混合時間	(s)
u	: 静止座標系 r 方向速度成分	(m/s)
u'	: 回転座標系 r 方向速度成分	(m/s)
\bar{u}	: 静止座標系 r 方向時間平均速度成分	(m/s)
v	: 静止座標系 θ 方向速度成分	(m/s)
v'	: 回転座標系 θ 方向速度成分	(m/s)
\bar{v}	: 静止座標系 θ 方向時間平均速度成分	(m/s)
w	: 静止座標系 z 方向速度成分	(m/s)
w'	: 回転座標系 z 方向速度成分	(m/s)
\bar{w}	: 静止座標系 z 方向時間平均速度成分	(m/s)
z	: 静止座標系 z 方向	(m)
z'	: 回転座標系 z 方向	(m)
ギリシャ文字		
ϵ	: エネルギー消散率	(J/s)
θ	: 静止座標系 θ 方向	(m)
θ'	: 回転座標系 θ 方向	(m)
ν	: 動粘性係数	(m^2/s)
ν_t	: 渦動粘性係数	(m^2/s)
ρ	: 流体密度	(kg/m^3)
σ_k	: モデル定数	
σ_ϵ	: モデル定数	
$\tau_{r\theta}$: レイノルズ応力	(m^2/s^2)
$\tau_{\theta z}$: レイノルズ応力	(m^2/s^2)
τ_{zr}	: レイノルズ応力	(m^2/s^2)
ω	: 角速度	(rad/s)

Superscript

n : 計算ステップ

(引用文献)

- 1) 上ノ山周ら: 化工論文集, 14, 6 (1988)
- 2) Ohta, M et al.; J. of Chem. Eng. J., 18, 1 (1985)
- 3) Hiraoka, S et al.; J. of Chem. Eng. J., 11, 487 (1978)
- 4) ibid 12, 56 (1979)
- 5) 梅垣菊男: 機論B, 54, 505 (昭63)
- 6) Placek, J. et al., AIChE J.: 32, 11 (1986)
- 7) Harvey, P. S. and M. Greaves; Trans. IChem. E., 60 (1982)
- 8) Middleton, J. C.; Cem. Eng. Res. Des., 64, 1 (1986)
- 9) 田中政一: 九州大学工学部修士論文 (昭61)
- 10) Komori, S: Private communication
- 11) Komori, S et al.: AIChE J., 34, 6 (1988)
- 12) Sawford, B. L. et al.: J. Fluid Mech., 106 (1986)