

振動型膜分離装置の膜表面乱流の直接数値解析

Direct numerical simulation of turbulence flow near the membrane surface of Vibratory Shear Enhanced Processing



(技)研究開発部第3研究室
谷 田 克 義
Katsuyoshi Tanida
高 田 一 貴
Kazutaka Takata

振動型膜分離装置は独自の振動機構により、膜表面近傍の流体に高いせん断速度を与えることができる。このせん断速度が従来型膜分離装置よりも大きいためファウリングや濃度分極が低減されるので、振動型膜分離装置では高透過流束、高濃縮操作が可能となっている。膜表面近傍の流体は複雑な挙動をしていると考えられるが、この流体挙動はおろか、膜分離特性との関連性についても明らかにされていないのが現状である。そこで振動膜表面近傍の流体挙動と膜分離特性の関連性の解明を目的として、数値解析により膜表面近傍の流体挙動の解析を行った。その結果、振動膜表面近傍の流速が膜の移動速度に遅れて変化することがわかった。これは慣性力と粘性力の影響であると考えられる。また振動膜ではクロスフロー方式の約8倍のせん断速度が膜表面近傍の流体に与えられていることがわかった。さらに、振動膜では粘性により速度境界層が発達する前に膜の移動方向が変化するため、速度境界層厚さがクロスフロー方式と比較して著しく薄くなることがわかった。これらの効果により、膜表面のファウリングを防止し、ろ過抵抗を小さくすることができると考えられる。

Vibratory Shear Enhanced Processing (here after VSEP) can give high shear rate in the fluid near the membrane surface by its original vibration mechanism. This high shear rate enables high flux and high concentration since it can reduce fouling and concentration polarization. It is considered that the flow mechanism near the membrane surface is complex, therefore not only the behavior of the fluid but also the relationship between the flow mechanism and the membrane separation characteristics are not clarified. Therefore, the purpose of this study is to clarify the relationship between the flow mechanism near the membrane surface of VSEP and the characteristics of membrane separation. A direct numerical simulation by means of computational fluid dynamics (CFD) is used to analyze the flow structure of turbulence flow near the membrane surface. As a result of CFD, it is found that the velocity of fluid near the membrane surface delays compared with the moving speed of the membrane. The delay depends on the magnitude of inertia and viscosity of the fluid, and the shear rate of VSEP is approximately 8 times as large as that of the cross-flow system. Furthermore, the thickness of the velocity boundary layer of VSEP is thinner than that of cross-flow system because the development of velocity boundary layer is prevented by a back and force movement of the membrane.

Key Words :

膜 分 離
振 動
せん断速度
数 値 解 析
乱 流

Membrane separation (filtration)
Vibration
Shear rate
Numerical simulation
Turbulence

まえがき

振動型膜分離装置は独自の振動機構¹⁾により、膜表面近傍の流体に高いせん断速度を与えることができる。このせん断速度の大きさは、従来のクロスフロー方式に比べてはるかに大きな値となる。このため膜面へのファウリングや濃度分極が低減され、さらに高濃度の固形物を含む流体の粘度を低下させることができる。このようなせん断速度がもたらす効果により、通常クロスフロー方式では困難な高透過流束での操作が可能となり、高濃度までの濃縮操作が可能となる。^{2,3)} また、濃度分極を低減する効果により、膜の阻止性能を向上させ、膜表面での溶質のスケーリングやゲル化を防止することも可能である。⁴⁾

このような膜の振動が膜分離に及ぼす効果は、膜表面近傍の流体が膜の振動によって複雑に運動しているためであると考えられる。この膜表面近傍の流体の挙動と膜分離特性の関係を解明することにより、振動型膜分離装置の透過流束や濃縮限界の予測が可能となり、設計や操作条件の最適化を効率的に行うことができると考えられる。しかしながら、膜表面の流動機構と膜分離特性の関連性を検討した研究は、その成果がろ過技術確立の上で重要であるにも関わらず、ほとんど行われていないのが現状である。

膜の振動による膜表面近傍の流体の挙動と膜分離特性の関係を解明するためには、まず、膜表面近傍の流体の流動状態を解明する必要がある。膜表面近傍の流体の流動状態を解明する方法としては、膜表面近傍の流体の流速測定が考えられる。しかしながら、膜表面近傍の流速測定は膜から1 mm以下の位置で測定を行う必要があるが、膜面近傍の流動、特に膜に垂直な方向の流れを高い空間分解能で測定することはLDV(レーザードップラー流し込み)をもってしても困難である。もう一つの方法として、数値計算による流動状態の解析が考えられる。本方

法は実験を行わず、計算により流動状態のシミュレーションを行うことができるため、振動膜表面近傍の流動状態解明のように流速の測定が困難な場合、有効な方法である。

当社では、膜の振動による膜表面近傍の流体の挙動が膜分離特性に及ぼす影響を解明することを目的として、膜表面の流体挙動の数値解析を行い、流体挙動とテスト結果の相関関係の解明を試みている。その中で、数値計算により振動膜表面流動に関するいくつかの重要な知見が得られている。本稿では膜を振動させた場合(振動型膜分離装置)と振動させない場合(クロスフロー方式)について、計算領域、流体物性を同条件として数値計算を行い、両者を比較した結果を報告する。

1. 数値解析方法

1.1 数値解析方法^{5,6)}

流れの状態は以下に示す連続の式とナビエ・ストークス方程式(Navier-Stokes equation, 以下NS式と略す)により支配される。

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial u_i}{\partial t} = -\frac{\partial u_j u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial P}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \right] \quad (2)$$

ここで、第1式、第2式では流体を非圧縮性流体と仮定している。これらの式を連立して解けば厳密解が求められるはずであるが、NS式が非線形であるために解析解を得ることができない。そのため流れの状態を解析するためには、数値的に近似解を得る数値解析を行う必要がある。

数値解析は、計算領域を格子状に分離し、ある時間における各格子内で第1式、第2式を数値的に連立させて解き、流速ベクトル、圧力、スカラー量を

求める方法である。数値解析方法にはいくつかあるが、本計算ではスタガード格子を使用する MAC 法 (marker-and-cell method) を採用した。MAC 法は自由表面を持つ流れの数値計算法として開発された方法であるが、現在ではスタガード格子を使用する手法のことを広義の MAC 法と呼んでいる。以下に計算方法について述べる。

1.1.1 スタガード格子

スタガード格子は数値計算に用いる計算格子の一つであり、第 1 図に示すように、変数のうち圧力を格子の中心に配置し、流速ベクトル成分をセル境界の中央に配置する。2次元の格子の場合、セルの添え字を (i, j) とすると、 x 方向の流速成分 u はセル境界 $(i-1/2, j)$ および $(i+1/2, j)$ に配置し、 y 方向の流速成分 v は $(i, j-1/2)$ および $(i, j+1/2)$ に配置する。元の格子と半メッシュずれた格子を考えると、 u, v はそれらの格子のセル中心に位置していると考えることができる。

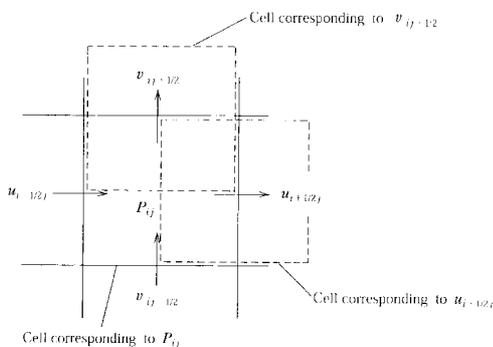
スタガード格子の利点は、スカラー変数の移流項の保存性が容易に保持でき、圧力や流速の数値振動を防ぐのに有効であることが挙げられる。

1.1.2 MAC 法

MAC 法では時間差分スキームにオイラー陽解法を使用することにより、第 1 式、第 2 式を次式で表す。

$$\left. \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right|^{n+1} = 0 \quad (3)$$

$$u_i^{n+1} = u_i^n + \Delta t \left[- \left. \frac{\partial (u_j u_i)}{\partial x_j} \right|^n - \frac{1}{\rho} \left. \frac{\partial P}{\partial x_i} \right|^n + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] \right\}^n \right] \quad (4)$$



第 1 図 スタガード格子
Fig. 1 Staggered grid

時間 n の値はすでに計算が終了している ($n=0$ の場合は初期値で与えられている) ため既知であり、 $n+1$ の値は未知である。第 3 式、第 4 式には未知変数として流速ベクトル u_i^{n+1} と圧力 P^{n+1} が含まれている。これらの変数を計算するために、第 4 式を陽的に計算し仮の流速 u_i^* を導く。

$$u_i^* = u_i^n + \Delta t \left[- \left. \frac{\partial (u_j u_i)}{\partial x_j} \right|^n - \frac{1}{\rho} \left. \frac{\partial P}{\partial x_i} \right|^n + \frac{\partial}{\partial x_j} \left\{ \nu \left[\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right] \right\}^n \right] \quad (5)$$

ここで、第 5 式の右辺各項の値は既知であるので、仮の流速 u_i^* を求めることができる。また第 4 式から第 5 式を引くと u_i^{n+1} は次式となる。

$$u_i^{n+1} = u_i^* - \Delta t \frac{1}{\rho} \left. \frac{\partial P'}{\partial x_i} \right|^n \quad (6)$$

ここで、

$$P^{n+1} = P^n + P' \quad (7)$$

である。第 6 式の発散を取り、第 3 式の左辺を用いると次式が得られる。

$$\frac{\partial^2 P'}{\partial x_i \partial x_i} = \frac{\rho}{\Delta t} \frac{\partial u_i^*}{\partial x_i} \quad (8)$$

第 8 式は圧力修正量 P' に対するポアソン方程式と呼ばれる。第 8 式右辺の仮の流速 u_i^* の値は既知であるので、第 8 式から圧力修正量を求めることができる。この値を第 6 式、第 7 式に代入することにより時間 $n+1$ での流速ベクトル及び圧力ベクトルを得ることができる。ただし、第 8 式を解くためには連立 1 次方程式を解く必要があり、圧力修正量 P' が一定値となるまで繰り返し計算を行う必要がある。また時間ステップ Δt の値が適正でないと圧力修正量 P' は収束しないため、最適な Δt を試行錯誤から求める必要がある。

本計算では、この計算をフォートラン言語でプログラミングし、次に示す計算条件を与え、当社が所有する EWS (エンジニアリングワークステーション) 上で計算を行った。

1.2 計算条件

計算に必要な条件を第 1 表に示す。次にそれぞれ

第 1 表 計算条件

Table 1 Calculation conditions

Calculation region [m]	Calculation grid	Time step [sec]	Density of fluid [kg/m ³]	Viscosity of fluid [Pa·s]	Speed of membrane [m/s]	Cross-flow velocity [m/s]
0.05×0.01×0.05	50×60×50 (150 000 grids)	1.67×10 ⁻⁵	1 000	1.0×10 ⁻²	-1.524π sin[120πt - π/2] (VSEP) 0 (Cross-flow system)	0.1 (VSEP) 3.0 (Cross-flow system)

の条件について述べる。

1.2.1 計算格子

数値計算を行う際には上述したように計算領域を設定し、格子に分離する必要がある。計算格子の大きさは計算精度、計算時間、計算安定性に直接関係しており、格子が大きく格子数が少ないと計算時間は短くなるが計算精度、安定性が悪くなり、逆の場合、計算精度、安定性は良くなるが計算時間が長くなる。計算格子の分離はこれらの点を考慮して、決定する必要がある。本計算では第 2 図に示す 3 次元の計算格子を作成し計算を行った。

実際の振動型膜分離装置の膜は円形をしており円周方向に振動しているが、本計算では第 2 図に示したように計算領域を直方体とした。これは円形の膜を円周方向に振動させていても、一部分を見れば長方形を一方方向に振動させている状態に近似できるためである。またクロスフロー方式を計算する場合も同様の計算格子にて計算を行った。

1.2.2 境界条件

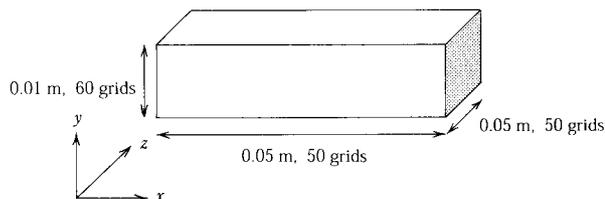
数値計算を行う際には、計算領域を囲むそれぞれの面に境界条件を与える必要がある。本計算では計算領域の xz 平面の上下二面を壁(膜)とし、 yz 、 xy 平面には壁がないとした。また膜を振動させる場合の計算は xz 平面の x 方向に移動速度を与え、クロスフロー方式の計算を行う場合は膜の移動がない条件を与えた。

膜の振動条件、つまり xz 平面の x 方向への移動速度は膜の振動が調和振動であると仮定して与えた。調和振動の場合、振動は次式で表される。

$$x = a \cos(\omega t + \theta) \quad (9)$$

ここで、 x は変位 [m]、 t は時間 [sec]、 a は振幅 [m]、 ω は角振動数 [rad/sec]、 θ は位相角 [rad] である。第 9 式を時間に対して 1 階微分することにより振動速度、2 階微分することにより振動の加速度を得ることができる。

本計算では壁の振動速度として第 9 式の 1 階微分



第 2 図 計算格子
Fig. 2 Calculation grid

を与えた。振動速度を以下に示す。

$$u = -a\omega \sin(\omega t + \theta) \quad (10)$$

ここで第 10 式中の定数 a は振幅であるので、振動型膜分離装置の最大振幅を与えた。振動型膜分離装置の最大振幅は peak to peak の値で 25.4 mm であるが、第 10 式の場合、中心からの距離で与える必要があるため $a = 12.7$ mm とした。また θ は時間 0 で変位を 0 とするために $-\pi/2$ とした。角振動数 ω は振動数 f [Hz]、周期 T [sec] との関係があり、次式で表される。

$$f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \quad (11)$$

ここで、 f は振動型膜分離装置の最大振動数である 60 Hz とした。

よって、第 10 式は次式で表される。

$$\begin{aligned} u &= -2\pi a f \sin(2\pi f t + \theta) \\ &= -1.524\pi \sin\left[120\pi t - \frac{\pi}{2}\right] \end{aligned} \quad (12)$$

第 12 式を膜である xz 平面の x 方向の移動速度とした。第 12 式から分かるように、膜の移動速度は時間の関数として与えられている。

また実際の膜分離では透過液が存在するため、膜と垂直方向、つまり y 方向に xz 平面を通り抜ける

流速が存在するが、今回の計算では膜の振動が膜表面近傍の流体に与える影響のみを計算するために流体の透過を考慮せずに計算を行った。これは、透過の流速が $10^{-7} \sim 10^{-3}$ m/s 程度のオーダーであり膜の振動速度（最大4.8 m/s）と比較すると非常に小さいためである。

1.2.3 その他の条件

計算結果に大きな影響を及ぼす時間ステップは、試し計算の結果、振動一往復にかかる時間（1/60秒）を1000分割（1/60000秒）して計算することとした。また、計算結果が定常に達したとの判断は、1計算ステップ前後の膜表面近傍の流速の相対誤差が、 1.0×10^{-5} 以下に達した場合とした。振動膜の場合

は計算時間0.5秒後、クロスフロー方式の場合は0.283秒後に計算が定常に達した。

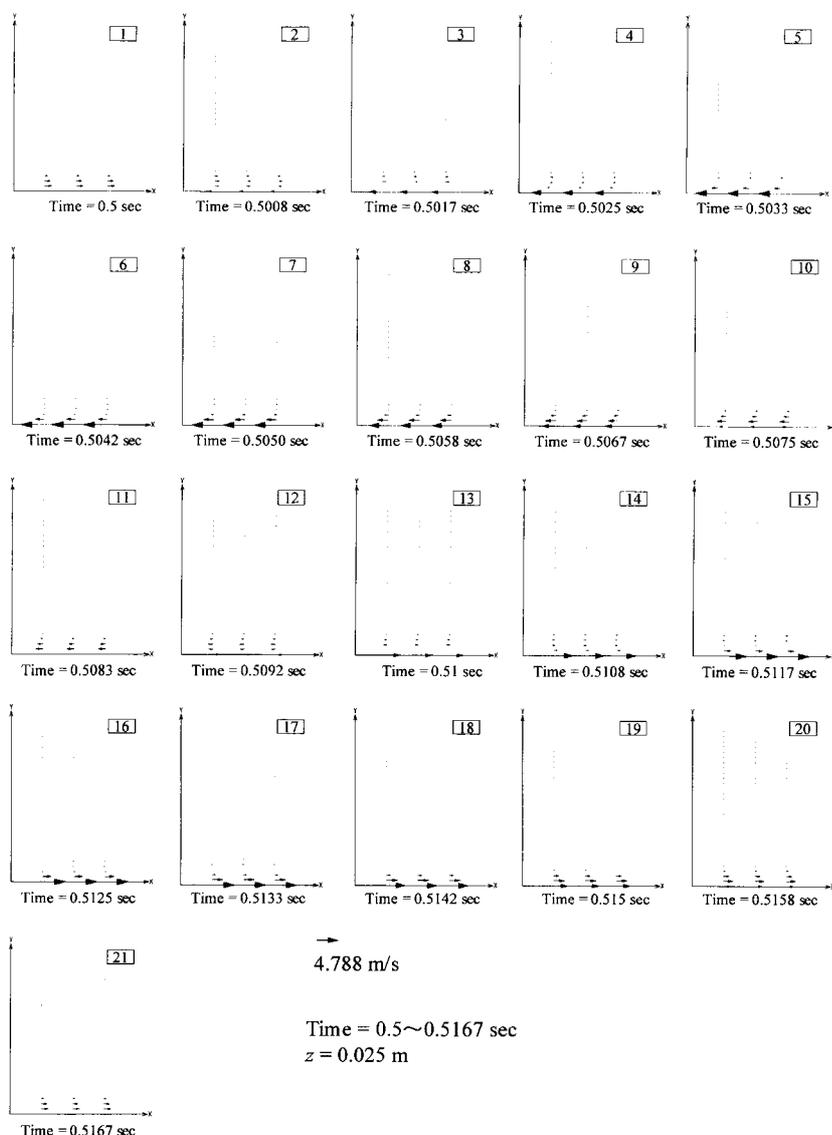
流速の初期条件として、 x 方向のみにベクトルを与えた。振動型膜分離装置の場合、0.1 m/sとし、クロスフロー方式の場合、一般的な値である3 m/sとした。

流体の密度は 1000 kg/m^3 、粘度は $1.0 \times 10^{-2} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ （水の10倍）とした。

2. 解析結果と考察

2.1 振動膜表面解析結果

第3図に振動する膜表面近傍の流体挙動の解析結果をベクトル図で示す。ベクトル図の矢印の長さは流速の大きさ、矢印の向きは流れの方向を表してい



第3図 振動型膜分離装置の数値解析結果

Fig. 3 Results of numerical simulation of VSEP system

る。また x 軸は膜表面であり、 x 軸上の矢印は膜の移動速度と方向を表している。

第3図に示した振動型膜分離装置の膜表面の流動解析結果は、計算が定常に達した0.5秒後の振動1往復分の解析結果である。第3図には20個のベクトル図を示している。これは膜の移動速度が第12式に従って時間に対して変化し、膜表面近傍の流体の挙動も振動1往復の間に変化するためである。またこれらの図は計算領域全ての結果ではなく、 $z=0.025$ m (z 方向の中央部分) での x 方向3格子、 y 方向中央部分までの結果を示している。これは、計算結果が x 方向、 z 方向については格子毎に変化せず、 y 方向については上下対称であったためである。

第3図から振動型膜分離装置の場合、膜が一往復振動する間に、膜表面近傍の流速が、向き、大きさともに大きく変化していることがわかる。また、膜表面近傍の流速の変化は、膜の振動方向、振動速度の変化と一致していない。これは流体に働く粘性力と慣性力の影響であると考えられる。例えば、第3図のベクトル図2では膜は左方向に移動し始めているが、膜表面近傍の流体は慣性力によりそれまでの移動方向の右方向へ動いている。ベクトル図4になると、膜は左方向にさらに加速し、膜表面近傍の流体も粘性力により膜に引っ張られ膜と同方向へ動き始めている。しかし一つ上の格子では流体に働く慣性力が粘性力よりも大きいため、逆方向に動いている。流体に働く慣性力よりも粘性力が大きくなり膜表面近傍の流体が完全に膜と同方向に移動するのはベクトル図9であり、このとき膜は移動速度の最大値を超えて減速を始めている。またベクトル図6~8を見ると、膜は減速しているが膜表面近傍の流体は慣性力の影響により加速していることがわかる。このように振動型膜分離装置では、流体に働く慣性力と粘性力の影響により膜表面近傍の流体の移動は膜の移動に対して遅れを生じ、流体が複雑な動きをしていることがわかる。

2.2 クロスフロー膜表面解析結果

振動膜との比較のために計算を行ったクロスフロー方式での膜表面近傍の流体挙動の解析結果を第4図にベクトル図で示す。ベクトル図の矢印の長さは流速の大きさ、矢印の向きは流れの方向を表している。また x 軸は膜表面である。

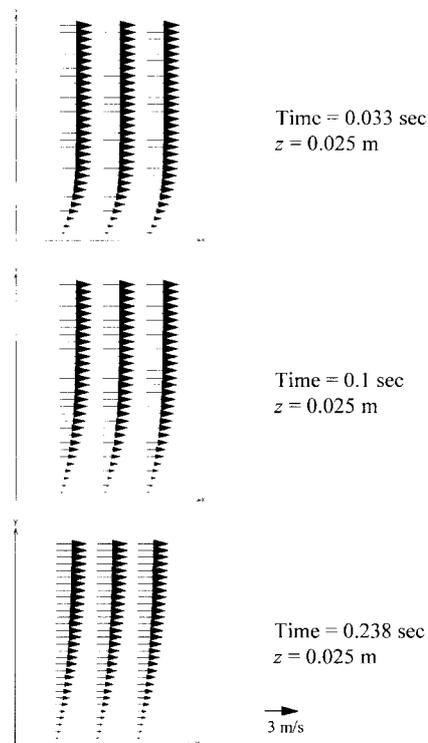
第4図に示したクロスフロー方式の膜表面の流動解析結果は、計算が定常に達する0.283秒までの計算経過である。またこれらの図は計算領域全ての結果ではなく、 $z=0.025$ m (z 方向の中央部分) での

x 方向3格子、 y 方向中央部分までの結果を示している。これは、計算結果が x 方向、 z 方向については格子毎に変化せず、 y 方向については上下対称であったためである。

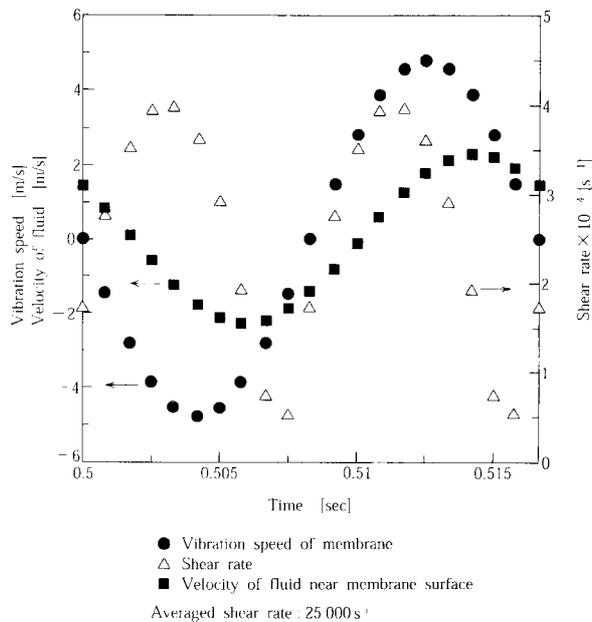
第4図に示したクロスフロー方式の計算結果を見ると膜表面近傍の流体は粘性力の影響により時間の経過とともに流速が小さくなり、またその範囲も時間の経過とともに広がっていることがわかる。また第3図と第4図の速度勾配を比較すると、クロスフロー方式の速度境界層厚さは振動型膜分離装置の速度境界層厚さと比較して非常に厚くなっていることがわかる。

2.3 せん断速度評価結果

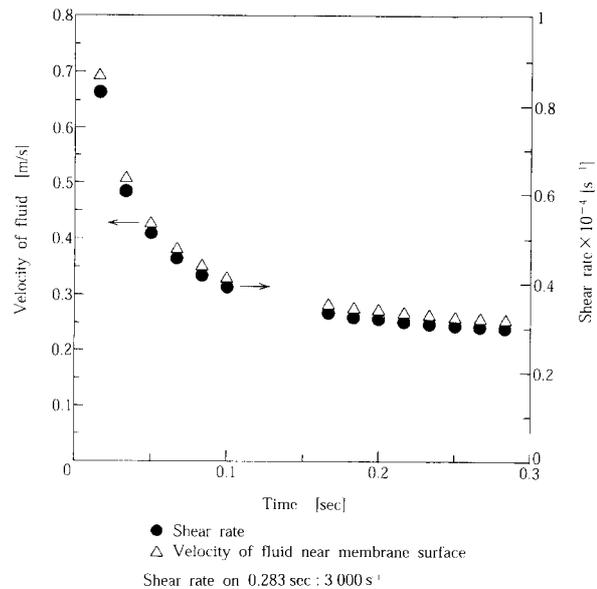
前述の計算結果から、振動型膜分離装置、クロスフロー方式での膜表面近傍の流体に与えられるせん断速度を求めた。せん断速度は膜表面から一つ上の格子の流体と膜の相対速度を代表速度とし、流速が定義されている格子の中央までの距離を代表長さとして、代表速度を代表長さで除すことにより求めた。その結果を第5、6図に示す。第5図は振動型膜分離装置の結果であり、第6図はクロスフロー方式の結果である。第5図にはせん断速度とともに、膜表面近傍の流速の変化と膜の移動速度も同時に示した。



第4図 クロスフロー方式の数値解析結果
Fig. 4 Results of numerical simulation of cross-flow system



第5図 振動型膜分離装置のせん断速度計算結果
Fig. 5 Calculation result of shear rate of VSEP system



第6図 クロスフロー方式のせん断速度計算結果
Fig. 6 Calculation result of shear rate of cross-flow system

第6図には膜表面近傍の流速の変化を示した。両図とも横軸が時間であり、左縦軸が振動速度と流速、右縦軸がせん断速度を表している。

第5図から、ベクトル図でも見られたように膜の振動速度に対して膜表面近傍の流速が遅れて変化していることがわかる。またせん断速度は一往復の間に2つのピークを持ち、0.0083秒（一往復0.0167秒）の間に 0 s^{-1} から最大 $40\,000 \text{ s}^{-1}$ まで変化している。これは、膜の振動速度と膜表面近傍の流速の変化に遅れが生じ、膜と流体の相対速度が大きく変化するためである。また平均のせん断速度は $25\,000 \text{ s}^{-1}$ であった。これに対して、第6図に示したクロスフロー方式の場合は、時間の経過とともに膜表面近傍の流速、せん断速度ともに低下していることがわかる。振動型膜分離装置の場合とは異なりせん断速度は膜表面近傍の流速と同じ傾向を示している。これは膜が移動していないため、膜表面近傍の流速がそのまま膜と流体の相対速度となるためである。クロスフロー方式の定常時のせん断速度は $3\,000 \text{ s}^{-1}$ であり、振動型膜分離装置のせん断速度はクロスフロー方式の約8倍であることがわかった。

2.4 速度境界層評価結果

2.2でも述べたように、振動型膜分離装置ではクロスフロー方式と比較して速度境界層厚さが非常に薄くなっている。これは粘性の影響により速度境界層が発達する前に膜の移動方向が変化し、速度境界

層の発達が発害されるためであると考えられる。また速度境界層厚さが薄くなることにより、膜表面近傍の流体に与えられるせん断速度が大きくなると考えられる。

むすび

振動膜表面流体挙動と膜分離特性の関連性について解明することを目的として、数値解析により振動型膜分離装置の膜表面近傍の乱流挙動を解析した。また比較のためにクロスフロー方式の膜表面近傍の流体挙動の解析も同時に行った。その結果、以下の知見が得られた。

- 1) 粘性力と慣性力の影響により、膜の振動速度の変化に対して膜表面近傍の流速の変化には遅れが生じ、振動膜表面の流体が複雑な挙動を示していることがわかった。またクロスフロー方式では粘性の影響により膜表面の流速は非常に小さくなり、時間の経過とともに速度境界層が発達することがわかった。
- 2) 振動型膜分離装置の膜表面の流体に与えられるせん断速度はクロスフロー方式の約8倍であった。
- 3) 振動型膜分離装置では速度境界層が発達する前に膜の移動方向が変化するため速度境界層の発達が阻害されており、クロスフロー方式と比較して速度境界層が狭くなることがわかった。

今後は、透過が起きている、流体が固形物を含んでいるといった実際の状態の数値計算を行い、流

